

## MATEMATIKA OLIMPIÁSZ

## KÖRZETI SZAKASZ

2012. február 18.

## VIII. OSZTÁLY

- 1.) Legyen  $x^2 + xy + x = 14$  és  $y^2 + xy + y = 28$ , ahol  $x, y \in \mathbb{N}$ . Határozzátok meg az  $x$  és  $y$  számok összegét!
- 2.) Határozzátok meg az  $a$  és  $b$  természetes számokat úgy, hogy  $A = \frac{6}{\sqrt{a+11} - \sqrt{8a} + \sqrt{b+12} - \sqrt{12b}}$  tört természetes szám legyen.
- 3.) Az  $ABCD$  négyzet síkjára az  $SA = AB = a\sqrt{3}$  mer legest állítjuk. Legyen  $M \in (BC)$  úgy, hogy  $MC = a$ .
- Mutassátok ki, hogy  $BD \perp SC$ ;
  - Számítsátok ki a  $BD$  és  $SC$  egyenesek közti távolságot;
  - Határozzátok meg az  $S$  pont  $MD$  egyenestől való távolságát.
- 4.) Az  $ABCDA'B'C'D'$  kocka oldalának hossza 12 cm. Legyen  $MN$  a  $(BDC')$  és a  $(D'B'C)$  síkok metszetének a kocka belsejében levő része.
- Számítsátok ki az  $MN$  hosszát;
  - Számítsátok ki a  $(BDC')$  és  $(D'B'C)$  síkok által meghatározott lapszög szinusztát.

## Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.